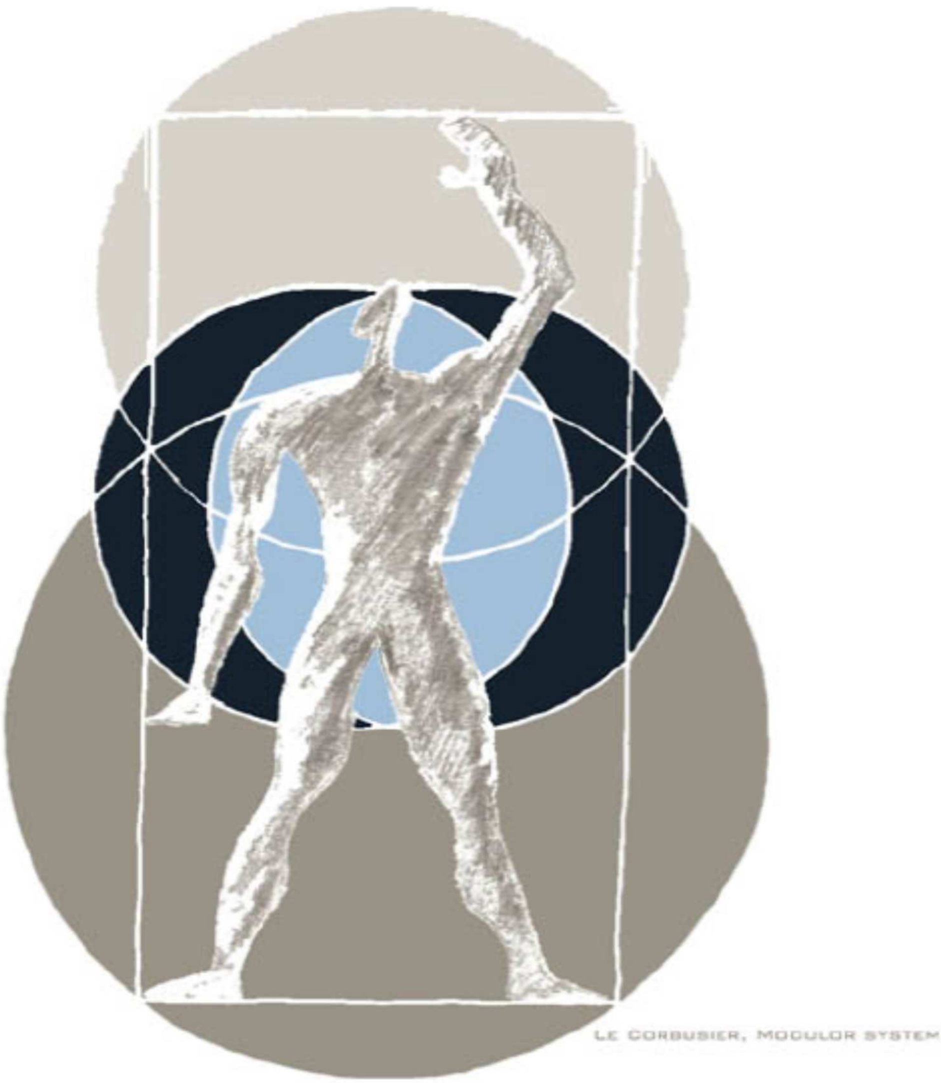
Le Modulor

Le Corbusier



Mathématiques et Art

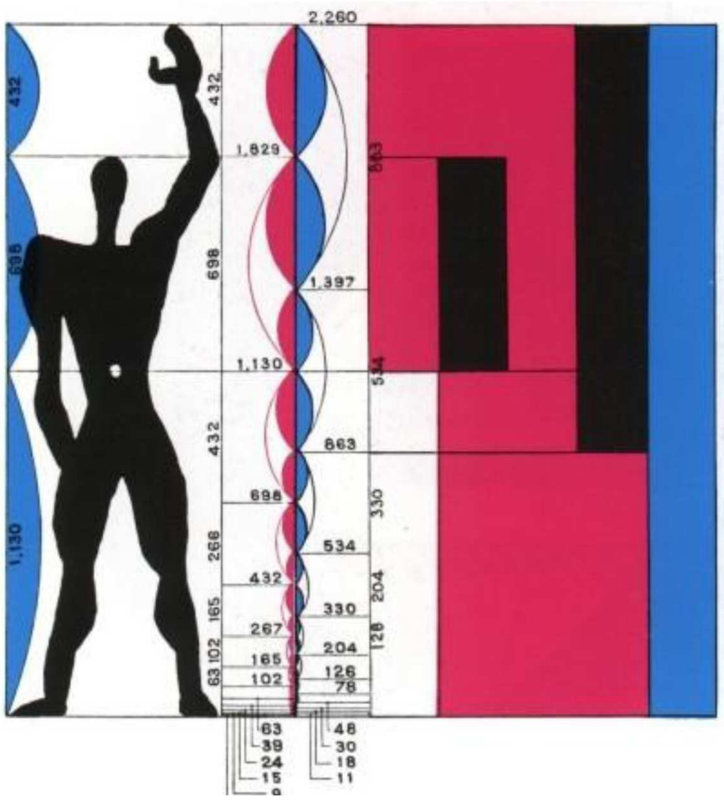
Laurence LLEU

Collège Gérard Philipe

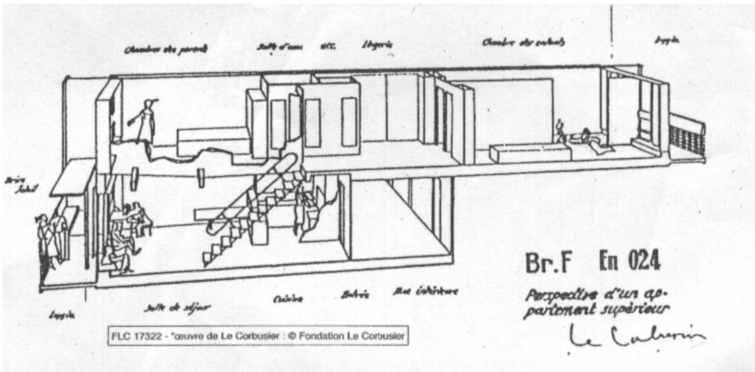
Sources Internet diverses

Semaine des Maths 2015

Charles-Edouard Jeanneret, dit Le Corbusier (1887- 1965) est un architecte français d'origine suisse.
Il met au point **Le Modulor** en 1943.
Il s'agit d'un système de mesure basé sur les proportions du corps humain, né de l'observation de la nature, de l'étude des oeuvres d'art et des travaux de Matila Ghyka consacrés au **nombre d'or** dans la nature et dans l'art.
Les dimensions du Modulor lui permettent de déterminer tout espace destiné à l'homme.
La base est la hauteur moyenne d'un individu (1,83 m pour les pays anglo-saxons), le bras levé pour représenter l'homme en mouvement.
Toutes les proportions architecturales des bâtiments qu'il conçoit sont aussi définies en fonction de cette côte humaine.

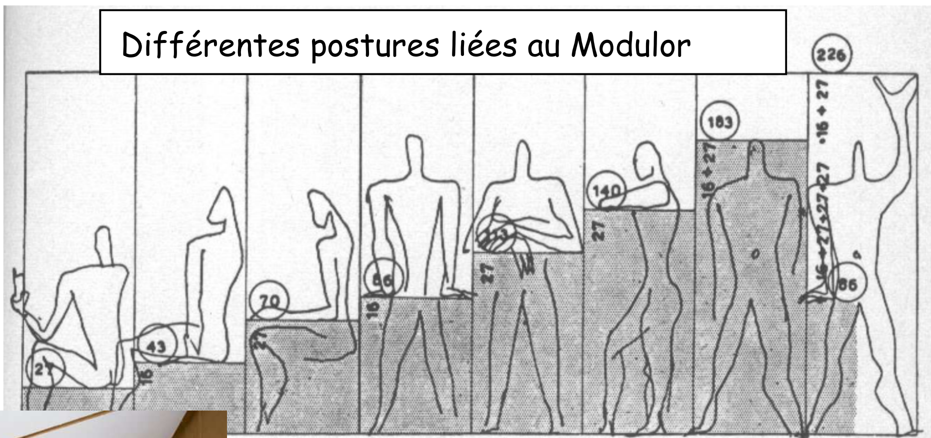


Exemple : **la Cité Radieuse** (1946) à Marseille : 337 appartements, des commerces, une école, une bibliothèque, un ciné-club, une piscine sur le toit-terrasse …

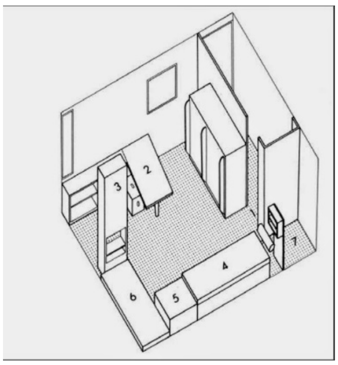


Les appartements sont constitués de deux parallélépipèdes rectangles superposés, donc en duplex.

La hauteur sous plafond correspond au Modulor bras levé, soit 2,26 m ; la largeur de l'appartement type est de deux fois le Modulor, soit 3,66 m.
Les différents aménagements : chaises, plan de travail, tables sont conçus en fonction du Modulor


Différentes postures liées au Modulor

Cabanon (1949) Villefranche Sur Mer



Le Nombre d’Or

Définition et valeur du nombre d'or

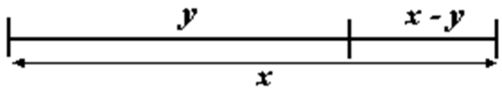
Le nombre d'or est la solution positive de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$ c'est-à-dire $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Les premières décimales du nombre d'or sont :

1,618 033 988 749 894 848 204 586 834 365 638 117 720 309 179 805 762 862 135 448 622 705 260 462 189 024 497 072 072 041 … …

Les géomètres et les philosophes ont calculé ce nombre qui donne l'harmonie parfaite d'une forme ou d'une construction.

Un segment est partagé suivant la section d'or ou la proportion divine si les rapports $\frac{x}{y}$ et $\frac{y}{x-y}$ sont égaux, ce qui signifie que le petit et le moyen segment sont dans le même rapport que le moyen et le grand segment.

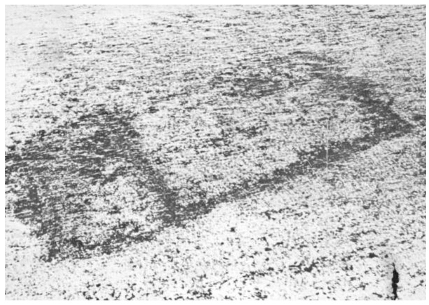


Son nom

On le désigne par la lettre grecque Φ (phi) en hommage au sculpteur grec Phidias (né vers 490 et mort vers 430 avant J.C) qui décora le Parthénon à Athènes. C'est Théodore Cook qui introduisit cette notation en 1914, et c’est en 1932 qu'est né le terme "nombre d'or", inventé par un prince roumain, Matila Ghyka, diplomate et ingénieur.

Petit historique

Il y a 10 000 ans : Première manifestation humaine de la connaissance du nombre d'or (temple d'Andros découvert sous la mer des Bahamas).



2600 av JC : La pyramide de Khéops a des dimensions qui mettent en évidence l'importance que son architecte attachait au nombre d'or. La Pyramide de Kheops appartient à l’ensemble des pyramides de Gizeh bâties en l’honneur des Rois Egyptiens il y a plus de 4500 ans.

Il suffit de diviser la hauteur : 147 m à l’origine, par la demi-longueur du côté du carré de base : soit 115m (ce calcul permet de calculer la pente de la pyramide et donc l’angle d’inclinaison). On trouve alors : 147/115 = 1,278.., soit à peu près la racine carrée du nombre d’or !

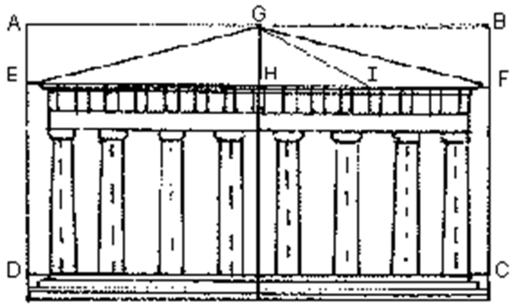
Vème siècle avant J-C. (447-432 av.JC) : Le sculpteur grec Phidias utilise le nombre d'or pour décorer le Parthénon à Athènes, en particulier pour sculpter la statue d'*Athéna Parthénos*. Il utilise également $\sqrt{5}$ comme rapport. Le Parthénon s'inscrit dans un rectangle doré, c'est-à-dire tel que le rapport de la longueur à la hauteur était égal au nombre d'or.

Sur la figure : DC/DE = Φ

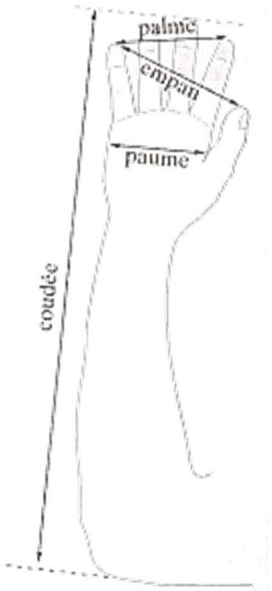
Sur la toiture du temple, GF/GI = Φ

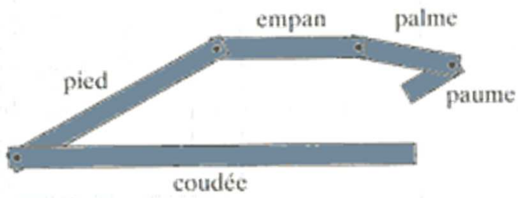
Le rectangle GBFH est appelé rectangle Parthénon.

IIIème siècle avant J-C. : Euclide évoque le partage d'un segment en "extrême et moyenne raison" dans le livre VI des *Eléments*.



Moyen âge : Les bâtisseurs de cathédrales





Au moyen âge, les bâtisseurs de cathédrales utilisaient une pige constituée de cinq tiges articulées, correspondant chacune à une unité de mesure de l'époque, relatives au corps humain : la paume, la palme, l'empan, le pied et la coudée.

Les longueurs étaient données en lignes, une ligne mesurant environ 2 mm (précisément 2,247 mm)

Pour passer d'une mesure à la suivante, on peut constater que l'on **multiplie par le nombre d'or**, environ 1,618.

paume	34 lignes	7,64 cm
palme	55 lignes	12,63 cm
empan	89 lignes	20 cm
pied	144 lignes	32,36 cm
coudée	233 lignes	52,36 cm

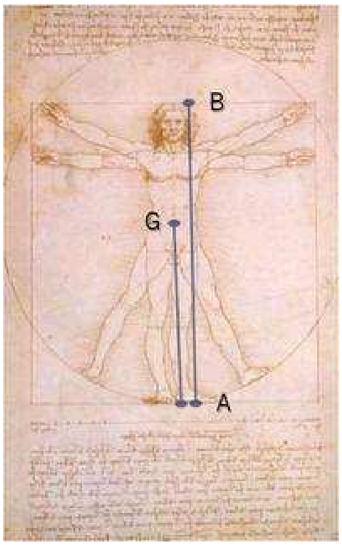
XIIIème siècle : dans le "Liber Abacci" de Fibonacci (Léonard de Pise), vers 1220, ce nombre est mentionné pour la résolution de l'équation $x^2 = x + 1$.

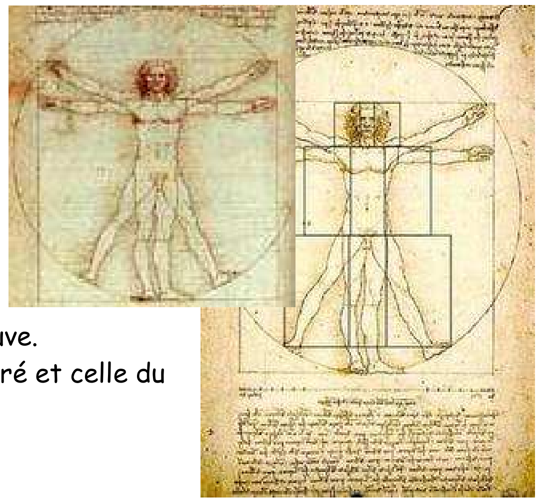
On a donc : $\Phi^2 = \Phi + 1 \quad \Phi^3 = \Phi^2 + 1$ etc…

Fibonacci invente aussi une suite de nombres dans laquelle chaque terme est égal à la somme des deux termes précédents (1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55...). Si l'on poursuit cette suite et que l'on fait le rapport d'un nombre sur celui qu'il précède, on découvre que ce rapport tend vers Φ.

Fibonacci nous donne ainsi un moyen de déterminer le nombre d'or.

1492 : l'homme de Vitruve de Léonard de Vinci





L'homme parfait ou homme de Vitruve.
Le quotient entre la mesure du côté du carré et celle du rayon du cercle est le nombre d'or

Proportions de l'homme parfait de Vitruve :
le rapport de AB sur GA est égal au nombre d'or.

Trois rectangles d'or contenant chacun deux rectangles d'or.

1498 : Fra Luca Pacioli, un moine professeur de mathématiques (1445 – 1517), écrit *De divina proportione* ("La divine proportion"), consacré au nombre d'or, ses propriétés mathématiques, ses attributs esthétiques et même certains aspects mystiques. Il montre comment la divine proportion se retrouve dans l'architecture et la peinture.

Ce tableau, où Fra Luca Pacioli explique un théorème, fait apparaitre le partage " en extrême et moyenne raison " (la " divine proportion ") : Si E est la projection orthogonale sur (DC) de l'extrémité de l'index de la main gauche du moine on a : DC / DE = Φ.

Par ailleurs, le pouce et l'index gauches de Fra Luca Pacioli partage la hauteur du livre selon la section dorée.

Au XIXème siècle : Adolf Zeising (1810-1876), docteur en philosophie et professeur à Leipzig puis Munich, parle de "section d'or" et s'y intéresse non plus à propos de géométrie mais en ce qui concerne l'esthétique et l'architecture. Il trouve ce rapport dans beaucoup de monuments classiques. C'est lui qui introduit le côté mythique et mystique du nombre d'or.

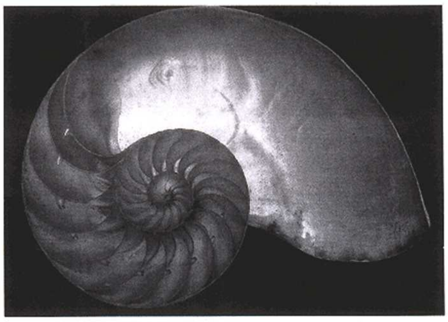
Au début du XXème siècle : Matila Ghyka, diplomate roumain, s'appuie sur les travaux du philosophe allemand Zeising et du physicien allemand Gustav Theodor Fechner ; ses ouvrages insistent sur la prééminence du nombre d'or et établissent définitivement le mythe.

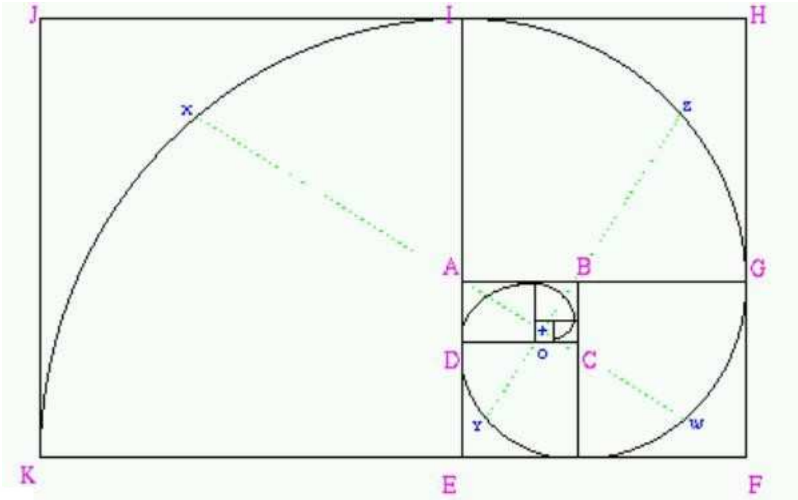
La Cène selon Dali

Des peintres tels Dali et Picasso, ont eu recours au nombre d'or En peinture, les dimensions des tableaux sont souvent tels que le rapport longueur/largeur soit égal au nombre d'or.

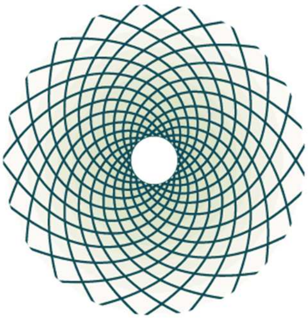
De nos jours …

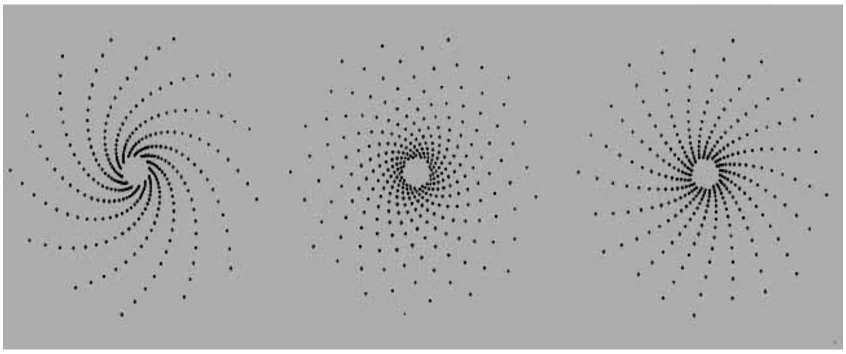
Φ apparaît dans les proportions du corps humain, les proportions de beaucoup d'animaux, la structure de l'ADN, le système solaire, la Nature en général... quelques exemples :





Le nautile et son développement combinent la suite de Fibonacci et le nombre d'Or...





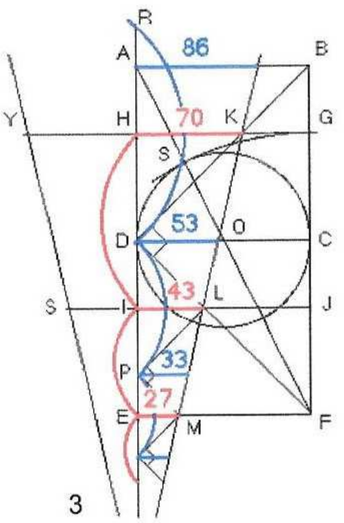
Le tournesol et sa double spirale inversée, là aussi Fibonacci et le nombre d'Or !

La plupart des **cartes quotidiennes** sont formatées avec le nombre d'or. Une façon de le vérifier est de les disposer comme ci-contre. La diagonale de la première carte aboutit exactement sur un sommet de la deuxième.

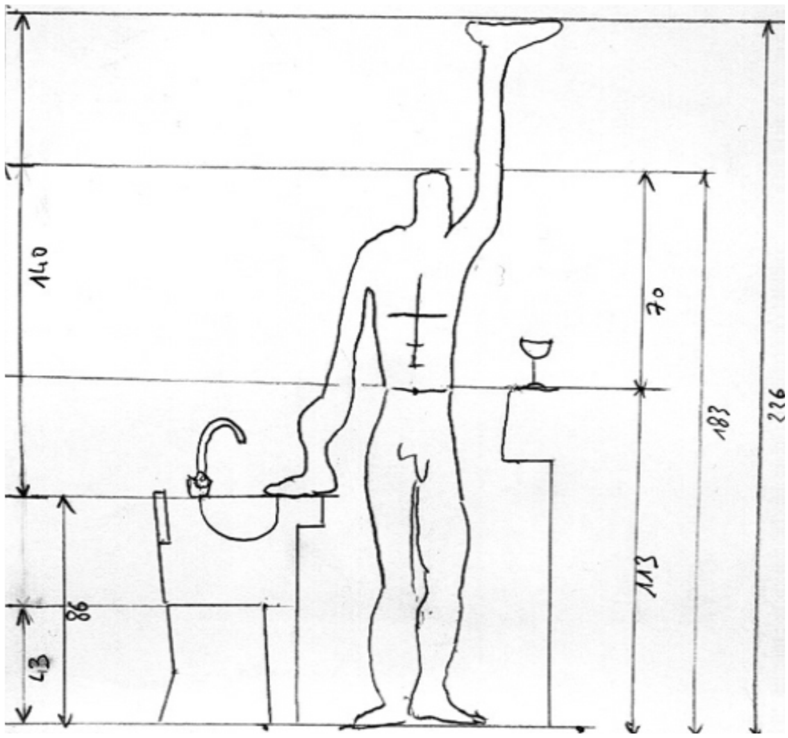
1945 : Le Corbusier fait breveter son *Modulor* qui donne un système de proportions entre les différentes parties du corps humain. . Il considère comme naturelle la tendance à arrondir les nombres. Influencé par le système métrique, un architecte français tenté par les proportions simples sera ainsi conduit à utiliser fractions et multiples du mètre pour le mobilier, les pièces d'un appartement ou une hauteur sous plafond. Or le mètre ne constitue pas une unité de mesure liée aux dimensions humaines : trop abstrait, l'étalon métrique conduit à une architecture mal adaptée aux besoins de l'homme et manquant d'harmonie.
Comprenant ainsi le rôle capital de la notion de mesure, Le Corbusier a cherché à réconcilier le système métrique français (dont la base la quarante millionième partie du méridien terrestre) avec un système qui utilise quelques-unes des mesures les plus anciennes, basées sur des dimensions et des proportions humaines. Les noms de ces mesures parlent d'eux-mêmes : paume, empan, pied, coudée.
Pour revenir à des mesures liées à la stature humaine, Le Corbusier propose comme étalon-unité la taille moyenne d'un homme : 1,75m en France, 1,83m (soit 6 pieds) dans les pays anglo-Saxons.
A partir de ces deux étalons, il calcule deux séries de nombres à partir de la suite de Fibonacci. Lors de sa création, le Modulor fut ainsi considéré comme un instrument de mesure anthropomorphique universel.

Dans ces deux séries, les termes successifs sont dans un rapport égal au nombre d'Or.
La première série que Le Corbusier nomme ***série rouge*** est la suite de Fibonacci établie sur l'unité de 1,13 m correspondant au nombril de l'homme. Par division ou multiplication par le nombre d'Or, on obtient tous les autres termes de cette série, comme la hauteur au sommet de la tête qui est 183cm. Cette série correspond aux mesures du corps humain.
La seconde la ***série bleue*** est établie sur le double de la première et donne par exemple 226 cm qui est la hauteur de l'homme le bras levé, ce qui correspond à la mesure de l'homme qui prend possession de l'espace.

Série rouge		Série bleue	
mètres	pouces	mètres	pouces
4,79	116''1/2	9,57	233''
2,96	72''	5,92	144''
1,83	44''1/2	3,66	89''
1,13	27''1/2	2,26	55''
0,70	17''	1,40	34''
0,43	10''1/2	0,86	21''
0,26	6''1/2	0,53	13''



Les valeurs du Modulor sont issues d'un tracé géométrique basé sur la diagonale de deux carrés.



Exemple à l'échelle du Modulor :

Hauteur de plafond : 226 cm Hauteur de table : 70 cm

Hauteur de chaise : 43 cm Hauteur de bar : 113 cm

Hauteur d'un élément de cuisine : 86 cm

Ces valeurs sont utilisées pour mettre en oeuvre un milieu de vie dans lequel on se sent bien.